**Wymagania edukacyjne z matematyki - zakres rozszerzony**

**Klasa I, II, III liceum**

**Realizowany program:**

**Tytuł programu:** Program nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym dla szkoły ponadpodstawowej.

 Prosto do matury

**Autor programu:** Piotr Grabowski

**Wydawnictwo:** Nowa Era

Poniższe wymagania edukacyjne opracowane zostały do realizowanego programu nauczania matematyki dla III etapu edukacyjnego.

**Ocenianie ucznia odbywa się zgodnie z:**

- Aktualnym Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie szczegółowych warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych

- Standardami wymagań, określonych w podstawie programowej z matematyki, które obejmują pięć obszarów:

* 1. Wykorzystanie i tworzenie informacji
	2. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji
	3. Modelowanie matematyczne
	4. Użycie i tworzenie strategii
	5. Rozumienie i argumentacja.

**Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania poszczególnych ocen :**

**ocena celująca** - Uczeń wykazuje pełną znajomość treści programowych. Biegle rozwiązuje zadania trudniejsze, potrafi rozwiązać zadania trudne, nietypowe. Ucznia charakteryzuje bystrość, ciekawy, niekonwencjonalny sposób rozumowania. Ocenę celującą może uzyskać również uczeń będący uczestnikiem Olimpiady Matematycznej przynajmniej na etapie okręgowym lub uzyskuje znaczące sukcesy w innych konkursach matematycznych.

**ocena bardzo dobra -** Ucznia obowiązuje pełny zakres wiedzy i umiejętności przewidzianych w programie nauczania. Sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami. Wykazuje się pełną samodzielnością, umiejętnością dostrzegania istoty zagadnienia w danym problemie, uogólnia. Rozwiązuje trudniejsze zadania, potrafi wykorzystać wiedzę w nowych sytuacjach.

**ocena dobra -**  Uczeń w pełni opanował wymaganą z podstawy programowej wiedzę i umiejętności. Sprawnie posługuje się obowiązującymi wiadomościami. Wykazuje umiejętność samodzielnego rozumowania, znajomość definicji, twierdzeń i wzorów z odpowiednim zastosowaniem w zadaniach o średnim stopniu trudności. Poprawnie wypowiada się w języku matematycznym.

**ocena dostateczna** - Otrzymuje ją uczeń, który opanował podstawowe wiadomości i umiejętności. Uczeń wykazuje znajomość i zrozumienie pojęć ujętych w podstawie programowej, potrafi je wykorzystać do samodzielnego rozwiązywania typowych zadań. W miarę poprawnie posługuje się językiem matematycznym.

**ocena dopuszczająca -** Uczeń otrzymujący tę ocenę może mieć braki w opanowaniu podstawy programowej, ale braki te nie uniemożliwiają dalszej edukacji. Uczeń posiada umiejętność podstawowych zastosowań definicji i twierdzeń. Potrafi rozwiązywać zadania o niewielkim stopniu trudności.

**ocena niedostateczna -** Otrzymuje uczeń, który nie sprostał wymaganiom na ocenę dopuszczającą.

# Zasady i sposoby sprawdzania osiągnięć edukacyjnych

1. Podstawą oceniania są programy nauczania skonstruowane na bazie określonej przez MEN podstawy programowej z matematyki. Biorąc pod uwagę poziom osiągnięć edukacyjnych oraz możliwości intelektualnych uczniów w danej klasie nauczyciel matematyki może rozszerzyć materiał nauczania o treści dodatkowe.
2. Formy pracy ucznia, które podlegają ocenie:
	1. praca klasowa pisemna
		* zapowiedziana z tygodniowym wyprzedzeniem
		* uczeń ma prawo poprawić jedną pracę klasową w semestrze
		* poprawa danej pracy klasowej może być pisana tylko raz
		* do dziennika wpisane zostaną obie oceny: ocena z pracy klasowej i ocena z poprawy
	2. kartkówka niezapowiedziana
		* obejmująca materiał dwóch ostatnich lekcji bądź sprawdzająca pracę domową
		* trwa do 15 minut
	3. kartkówka zapowiedziana
		* obejmuje maksymalnie pięć ostatnich lekcji
		* trwa nie dłużej niż 20 minut
	4. odpowiedź ustna
	5. aktywność ucznia i zaangażowanie na lekcjach
	6. wyniki uzyskane w konkursach przedmiotowych
	7. postawa wobec przedmiotu i wysiłek wkładany w naukę
3. Kryteria oceniania prac pisemnych

Ustala się następujące kryteria oceniania prac pisemnych: Poszczególne zadania są przeliczane na punkty. Ogólna ilość punktów uzyskanych za rozwiązanie wszystkich zadań przeliczana jest procentowo na oceny:

0% ≤ p < 30% – niedostateczny

30% ≤ p < 50% – dopuszczający

50% ≤ p < 75% – dostateczny

75% ≤ p < 90% – dobry

90% ≤ p < 100% – bardzo dobry

p = 100% – celujący

gdzie: p- uzyskany procent ogółu punktów

1. Umożliwia się rozszerzenie skali ocen cząstkowych przez dodanie znaków + , -
2. Uczeń korzystający na pracy pisemnej z niedozwolonej pomocy otrzymuje ocenę niedostateczną.
3. Uczeń ma prawo do 2 nieprzygotowań w półroczu. Uczeń może zgłosić nieprzygotowanie na początku lekcji, najpóźniej, bezpośrednio po sprawdzeniu listy obecności. Uczeń nie może zgłosić nieprzygotowania, na wyznaczoną pracę klasową i zapowiedzianą kartkówkę.

**Umiejętności szczegółowe:**

**KLASA I**

**LICZBY (nr z podstawy programowej:** **I.1, I.2, I.3, I.4, I.9, II.1, II.3, I.R)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* stosować prawidłowo pojęcie zbioru, podzbioru, zbioru pustego
* zapisywać zbiory w różnej postaci i prawidłowo odczytywać takie zapisy
* porządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania
* wyłączać czynnik z sumy algebraicznej poza nawias
* zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci , , w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* zapisywać sumy algebraiczne w postaci , ,
* przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* zapisywać w postaci iloczynu wyrażenia takie jak
* stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie
* rozróżniać liczby pierwsze i złożone
* stosować w prostych zadaniach cechy podzielności
* odróżniać dzielniki naturalne od dzielników całkowitych
* wskazywać pary liczb względnie pierwszych
* wyznaczać całkowite wartości zmiennych, dla których wartość prostego wyrażenia wymiernego jest liczbą całkowitą
* przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach
* zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne
* podawać przykłady liczb niewymiernych
* odróżniać liczbę wymierną od niewymiernej
* podawać przybliżenie dziesiętne liczby (na przykład korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością
* dowodzić niewymierności np. liczby
* zamieniać ułamki dziesiętne okresowe na ułamki zwykłe
* rozwiązywać zadania tekstowe, stosując działania na liczbach wymiernych
* stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym
* stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku całkowitym
* stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym w zadaniach na dowodzenie
* wskazywać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego
* wykonywać działania na pierwiastkach
* wyłączać czynnik spod znaku pierwiastka i włączać czynnik pod znak pierwiastka
* usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: albo 
* porównywać pierwiastki (bez używania kalkulatora)
* rozwiązywać w trudniejszych przypadkach zadania z zastosowaniem działań na pierwiastkach
* stosować definicję potęgi o wykładniku wymiernym
* stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym
* stosować definicję logarytmu oraz własności logarytmów wynikające bezpośrednio z definicji.
* rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem logarytmów

**RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI (nr z podstawy programowej: I.6, I.7, III.1, III.2, III.3, III.4R, III.5R, IV.1, IV.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia
* sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem nierówności pierwszego stopnia
* zaznaczać zbiór rozwiązań nierówności pierwszego stopnia na osi liczbowej
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do nierówności pierwszego stopnia
* układać nierówności pierwszego stopnia do zależności opisanych słownie
* stosować prawidłowo definicje przedziałów liczbowych
* zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe
* zapisywać zbiór rozwiązań układu nierówności w postaci przedziału liczbowego
* rozwiązywać nierówności podwójne i zapisywać zbiór rozwiązań w postaci przedziału liczbowego
* wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów skończonych oraz przedziałów liczbowych
* stosować prawa działań na zbiorach
* obliczać wartość bezwzględną liczby
* wykorzystywać w obliczeniach własności wartości bezwzględnej
* wykorzystywać w zadaniach równość
* wykorzystywać w zadaniach równości typu:
* zaznaczać na osi liczbowej zbiory rozwiązań równań nierówności typu:, ,
* wykorzystywać geometryczną interpretację wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności typu:, ,
* zapisywać przedział liczbowy jako zbiór rozwiązań odpowiedniej nierówności z wartością bezwzględną
* rozwiązywać równania (nierówności) z wartością bezwzględną typu

, ,

* rozwiązywać równania (nierówności) z wartością bezwzględną typu:

, ,

* rozwiązywać równania (nierówności) z wartością bezwzględną typu: , ,
* rozwiązywać niestandardowe równanie (nierówność) z wartością bezwzględną, np.
* rozwiązywać proste równania liniowe z parametrem
* wyznaczać wartość parametru, dla którego rozwiązaniem równania liniowego jest dana liczba
* rozwiązywać nierówności liniowe z parametrem dla podanej wartości parametru
* badać, dla jakich wartości parametru równanie liniowe ma jedno rozwiązanie (jest sprzeczne, jest tożsamościowe)
* rozwiązywać równanie liniowe z kilkoma parametrami
* wyznaczać wartość parametru, dla którego rozwiązaniem nierówności liniowej jest dany przedział liczbowy
* badać, dla jakich wartości parametru nierówność liniowa jest sprzeczna, (tożsamościowa)
* sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem równania liniowego z dwiema niewiadomymi
* sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi
* wyznaczać wszystkie pary liczb naturalnych (całkowitych) spełniających dane równanie liniowe z dwiema niewiadomymi
* rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą podstawiania
* rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą przeciwnych współczynników
* rozpoznawać układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych
* rozwiązywać układ trzech równań liniowych
* rozwiązywać zadanie tekstowe prowadzące do układu trzech równań liniowych

**FUNKCJE (nr z podstawy programowej: III.4R, III.5R, V.1, V.2, V.3, V.4, V.12, V.13, IX.3R)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań
* określać funkcje na różne sposoby (tabela, graf, wzór, wykres, opis słowny)
* obliczać ze wzoru wartości funkcji dla różnych argumentów
* wyznaczać dziedzinę funkcji danej prostym wzorem
* podawać przykłady wzoru funkcji o danej dziedzinie
* wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie wzoru w przypadkach wymagających większej liczby założeń albo wzoru z wartością bezwzględną

# wyznaczać wartość parametru, dla której dziedziną funkcji jest dany zbiór

# znajdować na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanej funkcji

* podawać przykłady wzoru funkcji o danej dziedzinie

# obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość

* wyznaczać zbiór wartości funkcji o danym wzorze i kilkuelementowej dziedzinie
* wyznaczać zbiór wartości funkcji w trudniejszych przypadkach
* swobodnie posługiwać się układem współrzędnych
* rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej;
* sporządzać wykres funkcji o kilkuelementowej dziedzinie
* szkicować wzór funkcji opisanej w zadaniu tekstowym
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej dziedzinę
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać zbiór jej wartości

# na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)

* szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości

# na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości *m*

# odczytywać z wykresu funkcji jej miejsca zerowe

* znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych lub równań z wartością bezwzględną
* znajdować miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami
* rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące miejsc zerowych funkcji.

# odczytywać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności typu , dla ustalonej wartości *m* (w szczególności dla )

# określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna

* określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
* uzasadniać, że np. funkcja rosnąca w dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca w sumie tych przedziałów
* rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne
* podawać zależność funkcyjną między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
* rysować wykres funkcji i omawiać jej własności
* rozwiązywać zadanie tekstowe, w którym występują wielkości odwrotnie proporcjonalne
* rozwiązywać złożone zadanie tekstowe, w którym występują wielkości odwrotnie proporcjonalne, np. dotyczące wydajności pracy

# odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji

* odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu ,
* projektować wykresy funkcji o zadanych własnościach
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* podawać własności funkcji oraz na podstawie odpowiednich własności funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* podawać własności funkcji , , na podstawie odpowiednich własności funkcji
* dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę
* interpretować geometrycznie działania na wektorach
* przedstawiać wektor w postaci kombinacji liniowej danych wektorów (w prostych przypadkach)
* wykorzystywać w zadaniach (np. na dowodzenie) własności działań na wektorach
* przedstawiać wektor w postaci kombinacji liniowej danych wektorów (w trudniejszych przypadkach)
* obliczać współrzędne wektora
* obliczać współrzędne końca (początku) wektora, znając współrzędne jego początku (końca), oraz współrzędne wektora
* stosować własności wektorów równych
* obliczać długość wektora
* wykonywać działania na wektorach w układzie współrzędnych
* korzystać w zadaniach ze wzoru na środek odcinka
* rozwiązywać zadania dotyczące współrzędnych wektora w trudniejszych przypadkach
* wykorzystywać współrzędne wektorów w zadaniach na dowodzenie.
* przesuwać wykres funkcji o dany wektor
* stosować wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji
* rozwiązywać zadanie wymagające złożenia dwóch przekształceń wykresu funkcji
* rozwiązywać zadanie wymagające złożenia co najmniej trzech przekształceń wykresu funkcji

**FUNKCJA LINIOWA (nr z podstawy programowej: IV.1, V.1, V.5, V.6, V.11, V.1R, IX.1, IX.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne

* podawać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
* rysować wykres funkcji i omawiać jej własności
* poprawnie interpretować współczynnik kierunkowy funkcji
* rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omawiać jej własności
* podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
* sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej

# interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej

* rysować wykres funkcji
* analizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności (np. monotoniczność)

# obliczać współczynnik kierunkowy prostej nierównoległej do osi *y*

# wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty

# sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej)

* rozwiązywać zadanie tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów
* rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące współliniowości punktów
* rysować wykres funkcji liniowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami
* podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu
* podawać wzór i rysować wykres funkcji przedziałami liniowej na podstawie zadania osadzonego w kontekście praktycznym
* zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej
* przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie
* wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami takimi jak np. lub
* badać równoległość (prostopadłość) prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
* wyznaczać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości lub prostopadłości wykresów funkcji liniowych
* podawać interpretację geometryczną danego układu równań liniowych
* odczytywać z wykresu współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych
* wyznaczać wartość parametru, dla którego dany układ jest nieoznaczony (sprzeczny)

**FUNKCJA KWADRATOWA (nr z podstawy programowej: III.5R, V.4, V.7, V.8, V.9, V.2R, IX.3R)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rysować wykres funkcji i podawać jej własności
* poprawnie interpretować współczynnik *a* funkcji
* rysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
* określać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach
* przekształcać parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi *x* lub osi *y* układu współrzędnych oraz zapisywać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
* wykorzystywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
* przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie
* poprawnie interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej
* obliczać współrzędne wierzchołka paraboli
* wyznaczać zbiór wartości funkcji kwadratowej
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej na podstawie informacji o jej wykresie
* rysować wykresy funkcji przedziałami kwadratowych
* rysować wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące postaci ogólnej i kanonicznej funkcji kwadratowej (np. z parametrem)

**FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE (nr z podstawy programowej:** **VIII.2, VIII.3, VIII.12)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# odróżniać figury wypukłe od niewypukłych

* stosować w zadaniach twierdzenie o liczbie przekątnych w wielokącie
* stosować w zadaniach własności kątów w trójkącie i wielokącie
* stosować w zadaniach nierówność trójkąta
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie zewnętrznym trójkąta
* wskazywać figury przystające
* dowodzić, że dwa trójkąty są przystające, powołując się na odpowiednie cechy przystawania
* stosować cechy przystawania trójkątów w zadaniach wieloetapowych

**KLASA II**

**ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ (nr z podstawy programowej: III.1, III.2, III.4, III.3R, III.5R, IV.3, V.4, V.7, V.8, V.9, V.10, V.11, V.12, XIII)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
* wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji określonej za pomocą różnych wzorów na różnych przedziałach;
* rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne (, ) metodą rozkładu na czynniki;
* określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
* określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
* dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
* rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
* przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
* odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
* rozwiązywać równania kwadratowe z wartością bezwzględną, w tym równania wymagające rozważenia przypadków oraz równania postaci , gdzie jest funkcją kwadratową;
* wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* stosować wzory Viète’a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego;
* ustalać znaki miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie znaków jej współczynników;
* obliczać wartości wyrażeń, w których występują miejsca zerowe funkcji kwadratowej, bez obliczania tych miejsc zerowych;
* obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzorów Viète’a;
* wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej własnościach, np. o sumie kwadratów jej miejsc zerowych;
* stosować wzory Viète’a w zadaniach na dowodzenie;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
* wykonywać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych;
* wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych z wartością bezwzględną;
* rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
* wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych,
* rozwiązywać układy równań z wartością bezwzględną prowadzące do równań kwadratowych;
* zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
* rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem;
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego;
* rozwiązywać zadania z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète’a;
* rozwiązywać zadania z parametrem i z wartością bezwzględną;
* sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań;
* sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej;
* wyznaczać zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej w zależności od parametru;
* wyznaczać wartości parametru, dla których dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
* znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
* podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu;
* ilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory rozwiązań nierówności typu oraz wykonywać działania na takich zbiorach.
* rysować wykresy funkcji kwadratowych przedstawiających np. sumę kwadratów pierwiastków równania kwadratowego z parametrem;
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej;

**WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE (nr z podstawy programowej: II.1, II.2, II.3, II.5, II.6, II.7, II.8, II.1R, III.1, III.2, III.5, III.6, III.7, III.1R, III.2R, V.1, V.2, V.1R, V.3R )**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów
* określać stopień wielomianu
* obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów
* wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe
* wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby był spełniony dany warunek
* dodawać i odejmować wielomiany
* mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów
* wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów
* obliczać sumę współczynników wielomianu
* zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci , ,,

 w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia

* zapisywać sumę algebraiczną w postaci , , ,
* przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia
* stosować w zadaniach wzór na kwadrat sumy trzech składników
* stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie
* sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
* odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej
* podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki
* rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
* rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów
* rozwiązywać równanie wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki
* stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych
* rozkładać wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów
* rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania
* wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki
* stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie
* rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany typu lub
* dzielić wielomiany pisemnie
* zapisywać wielomiany w postaci , mając dane wielomiany i
* stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów
* dzielić wielomian przez dwumian przy użyciu schematu Hornera
* rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych lub pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta
* określać krotność pierwiastka wielomianu
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych wielomianu
* rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem
* rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą siatki znaków
* rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą przybliżonego wykresu wielomianu
* rozwiązywać układy nierówności wielomianowych
* podawać przykłady nierówności wielomianowych, mając dany zbiór ich rozwiązań
* wykorzystywać nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji
* rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych
* rozwiązywać nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną
* rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem
* wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych
* określać stopień wielomianu wielu zmiennych
* obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych
* określać dziedzinę wyrażenia wymiernego
* skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne
* sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika
* znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi
* stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie
* wyznaczać wartości parametrów tak, aby dane wyrażenia wymierne były równe
* dodawać i odejmować wyrażenia wymierne
* mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne
* wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych
* rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych
* wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych zmiennych
* rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu)
* rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące wydajności pracy)
* rozwiązywać równania wymierne z wartością bezwzględną
* rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub kwadratowych
* rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności wielomianowych zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych
* rozwiązywać nierówności wymierne z wartością bezwzględną
* rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem wymagające rozwiązania prostych równań i nierówności wymiernych
* rozwiązywać zadania dotyczące liczby rozwiązań równań wymiernych postaci , gdzie wzór funkcji jest zapisany za pomocą parametru
* wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej
* przekształcać wzór funkcji homograficznej do postaci
* rysować wykres i podawać własności funkcji
* rysować wykres funkcji typu i wyznaczać jej zbiór wartości
* rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną
* rozwiązywać układy równań wymiernych prowadzące do równań kwadratowych
* rozwiązywać graficznie równanie, nierówność lub układ równań, korzystając z wykresów funkcji homograficznych

**PLANIMETRIA (nr z podstawy programowej: VIII.1, VIII.2, VIII.3, VIII.5, VIII.7, VIII.8, VIII.9, VIII.12, VIII.1R)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta

# wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

# wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta

* wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt
* podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych

# określać wzajemne położenie dwóch okręgów

# korzystać z własności okręgów stycznych

# korzystać z własności stycznej do okręgu

# określać wzajemne położenie okręgu i prostej

# korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych

* korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie
* korzystać z własności stycznych do okręgu i własności okręgów stycznych w wieloetapowych zadaniach geometrycznych
* stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego
* stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku
* stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy
* obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą
* stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu
* stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy
* rozstrzygać, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
* stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg
* stosować w trudniejszych zadaniach (np. zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o  czworokącie wpisanym w okrąg
* rozstrzygać, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
* stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu
* stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o  czworokącie opisanym na okręgu
* stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków
* stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych
* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych
* rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym
* rozpoznawać figury podobne
* obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa
* stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
* wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie
* rozpoznawać trójkąty podobne
* stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów
* poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych
* stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta
* stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta
* stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
* stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego
* stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych
* rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem
* korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie

**FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE (nr z podstawy programowej: VII.1, VII.2, VII.3, VII.4, VII.5)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach
* obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych
* konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów 30º, 45º, 60º
* korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)
* znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną)
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią

# wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach

* wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych

# stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: , , , w prostych przypadkach

# znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta

stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w  bardziej złożonych sytuacjach

sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek

korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie

* wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów
* stosować wzór , gdzie jest kątem ostrym
* wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego

# korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań

* korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
* prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych
* stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych
* korzystać ze wzoru w przypadku kąta rozwartego
* konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie

stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: ,

* znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta
* udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia

udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia

rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość , obliczyć

**FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE (nr z podstawy programowej: I.9, I.1R, V.14)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych
* przekształcać wykresy funkcji wykładniczych
* wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
* rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej
* rozwiązywać graficznie układ dwóch równań, z których jedno jest równaniem wykładniczym
* sporządzać wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną
* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej
* stosować w zadaniach wzory na logarytmy iloczynu i ilorazu
* stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi
* stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych
* przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu
* odczytywać z wykresów funkcji i rozwiązanie nierówności , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej
* sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną
* sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych (i wykładniczych) zapisanych różnymi wzorami w różnych przedziałach
* wyznaczać dziedzinę funkcji typu
* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem logarytmów
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące określenia dziedziny złożonej funkcji logarytmicznej
* rozwiązywać proste równania wykładnicze typu
* rozwiązywać proste nierówności wykładnicze typu
* rozwiązywać równania wykładnicze metodą podstawiania
* rozwiązywać proste równania logarytmiczne typu
* rozwiązywać proste nierówności logarytmiczne typu
* rozwiązywać proste równania logarytmiczne metodą podstawiania

**KLASA III**

**TRYGONOMETRIA ( nr z podstawy programowej: VII.1, VII.2, VII.3, VII.4, VII.5, VII.6, VII.1R, VII.2R, VII.3R, VII.4R, VII.5R, VII.6R, VIII.2, VIII.4, VIII.11)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* stosować twierdzenie sinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta

# stosować twierdzenie sinusów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym

* stosować twierdzenie sinusów do obliczenia promienia okręgu opisanego na trójkącie
* wykorzystywać twierdzenie sinusów w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie)
* stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta;
* sprawdzać, czy trójkąt o danych bokach jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny.

# wyznaczyć długość środkowej trójkąta, mając dane długości jego boków

# stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia wskazanych wielkości w wielokątach

# wykorzystywać twierdzenie cosinusów w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie)

* obliczać pole trójkąta na podstawie wzorów: i
* wykorzystywać w zadaniach różne wzory na pole trójkąta do obliczenia wskazanych wielkości
* stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów w zadaniach dotyczących czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu

# stosować w zadaniach twierdzenie o dwusiecznej

* rozwiązywać wieloetapowe zadanie z planimetrii wymagające np. zastosowania twierdzenia o dwusiecznej, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów oraz wzorów na pole trójkąta i pole wielokąta
* poprawnie zaznaczać dowolny kąt w układzie współrzędnych
* określać, do której ćwiartki układu współrzędnych należy dany kąt
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* określać znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta
* konstruować kąt, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, mając dany punkt należący do jego ramienia końcowego
* stosować wzory redukcyjne do wyznaczania wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego)
* korzystać z tablic trygonometrycznych do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* uzasadniać wzory redukcyjne
* stosować wzory redukcyjne do obliczenia wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów
* wykorzystywać wzory redukcyjne w zadaniach na dowodzenie
* zapisywać poprawnie rodzinę przedziałów liczbowych
* opisywać własności funkcji okresowych
* podawać własności funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych: sinus lub cosinus tego kąta,
* uzasadniać proste tożsamości trygonometryczne podając konieczne założenia

szkicować wykres funkcji okresowej o podanych własnościach

obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartości funkcji tangens tego kąta

uzasadnić tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych podając konieczne założenia

* zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie
* wyznaczać wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w radianach
* stosować wzory redukcyjne dla kątów o podanej mierze łukowej
* stosować funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej w zadaniach różnych typów
* rysować wykresy funkcji sinus, cosinus i tangens; podawać własności tych funkcji
* wykorzystywać w zadaniach okresowość funkcji trygonometrycznych
* przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych przez przesunięcie równoległe lub symetrię względem osi x, osi y i początku układu współrzędnych
* rozwiązywać elementarne równania trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
* rozwiązywać elementarne nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
* rysować wykresy funkcji trygonometrycznych w trudniejszych przypadkach (np. z wartością bezwzględną)
* określać na podstawie wykresu złożonej funkcji trygonometrycznej jej własności, np. podawać przedziały monotoniczności , wskazywać wartości: najmniejszą i największą w danym przedziale domkniętym, odczytywać miejsca zerowe, podawać równanie asymptot pionowych wykresu
* rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące wykresów funkcji trygonometrycznych
* wykorzystywać w prostych przypadkach wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów
* wykorzystywać w prostych zadaniach wzory na sinus, cosinus
i tangens kąta podwojonego
* wykorzystywać wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego w zadaniach na dowodzenie
* obliczać wartości wyrażeń, wykorzystując wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
* rozwiązywać proste równania trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
* rozwiązywać proste nierówności trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
* rozwiązywać równania trygonometryczne prowadzące do równań kwadratowych
* rozwiązywać równania trygonometryczne i nierówności trygonometryczne wymagające zastosowania wzorów na sinus, cosinus lub tangens sumy i różnicy kątów
* rozwiązywać równanie trygonometryczne i nierówności trygonometryczne z parametrem

**GEOMETRIA ANALITYCZNA (nr z podstawy programowej: VIII.3, IX.1, IX.2, IX.3, IX.4, IX.5, IX.6, IX.7, IX.1R, IX.2R)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* obliczyć odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wykorzystywać wzór na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie do obliczenia obwodu wielokąta wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka odcinka
* rozwiązywać wieloetapowe zadania, stosując wzór na odległość dwóch punktów i wzór na współrzędne środka odcinka
* wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka ciężkości trójkąta
* wyznaczyć kąt nachylenia prostej do osi x
* wyznaczyć równanie prostej nachylonej do osi x pod danym kątem i przechodzącej przez podany punkt
* badać równoległość i prostopadłość prostych o równaniach w postaci ogólnej
* badać wzajemne położenie dwóch prostych
* wykorzystywać równanie prostej w postaci ogólnej do wyznaczenia równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej (prostopadłej) do danej prostej
* obliczyć odległość punktu od prostej
* obliczyć pole trójkąta o danych wierzchołkach
* obliczyć odległość między prostymi równoległymi o podanych równaniach
* wyznaczać równania dwusiecznych kątów utworzonych przez dwie dane proste, wykorzystując własności dwusiecznej kąta
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące położenia prostych na płaszczyźnie
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące odległości punktu od prostej
* zapisywać równanie okręgu (nierówność opisującą koło), znając współrzędne środka i promień tego okręgu (koła)
* wyznaczyć z równania okręgu współrzędne jego środka i promień
* sprawdzać, czy dany punkt należy do okręgu o podanym równaniu
* badać położenie danego punktu względem koła opisanego nierównością
* wyznaczać równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. równanie okręgu przechodzącego przez trzy dane punkty lub stycznego do osi układu współrzędnych
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równania okręgu
* zapisywać równanie okręgu w postaci ogólnej i odczytywać z niego współrzędne środka i promień okręgu
* badać, jaki zbiór punktów płaszczyzny kartezjańskiej jest opisany za pomocą podanego równania
* badać graficznie i rachunkowo wzajemne położenie okręgu i prostej
* wyznaczyć punkty wspólne okręgu i prostej
* wyznaczyć równanie stycznej do danego okręgu w punkcie należącym do tego okręgu
* badać wzajemne położenie dwóch okręgów
* wyznaczyć punkty wspólne dwóch okręgów
* wyznaczać równania stycznych do danego okręgu równoległych (prostopadłych) do danej prostej
* wyznaczać równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem
* rozwiązywać rachunkowo i graficznie układy równań stopnia drugiego
* rysować zbiór punktów opisany za pomocą układu nierówności stopnia drugiego
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów
* wyznaczyć środek symetrii w figurach środkowosymetrycznych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej na płaszczyźnie
* wyznaczyć obrazy figur w symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych
* obliczać współrzędne punktów w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* wyznaczyć równanie okręgu lub prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii środkowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczyć osie symetrii w figurach osiowosymetrycznych
* wyznaczyć obrazy figur w symetrii osiowej na płaszczyźnie
* wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* obliczać współrzędne punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* wyznaczyć równanie okręgu w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* wyznaczać obrazy punktów w symetrii osiowej względem prostej o podanym równaniu na płaszczyźnie kartezjańskiej
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii osiowej na płaszczyźnie kartezjańskiej

**CIĄGI (nr z podstawy programowej: VI.1, VI.2, VI.3, VI.4, VI.5, VI.6, VI.7)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* obliczyć *n*-ty wyraz ciągu, znając wzór ogólny tego ciągu
* zapisywać symbolicznie warunki dotyczące wyrazów ciągu
* wyznaczać kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
* rysować wykresy ciągów
* odczytywać z wykresu własności ciągu
* wyznaczać miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
* obliczać wyrazy ciągu spełniające podany warunek
* badać monotoniczność ciągu
* wykazywać, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
* podawać przykład wzoru rekurencyjnego ciągu, znając kilka jego początkowych wyrazów
* podawać przykłady ciągów monotonicznych tak, aby np. ich iloczyn spełniał określone warunki dotyczące monotoniczności
* rozpoznawać ciąg arytmetyczny
* obliczać wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę ciągu
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy
* stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego
* określać monotoniczność ciągu arytmetycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na -ty wyraz ciągu arytmetycznego
* stosować w zadaniach zależność między wyrazami ciągu arytmetycznego
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, mając podane warunki, jakie spełniają wskazane wyrazy tego ciągu
* badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem arytmetycznym
* stosować własności ciągu arytmetycznego w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązywać zadania łączące ciąg arytmetyczny z innymi działami matematyki, np. funkcją kwadratową, geometrią, itp., w tym zadania z parametrem
* obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
* obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* obliczać sumę liczb naturalnych o podanych własnościach, np. dwucyfrowych i podzielnych przez 4
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
* wyznaczyć wzór ogólny ciągu arytmetycznego na podstawie wzoru na jego sumę częściową
* rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
* stosować wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach na dowodzenie
* rozpoznawać ciąg geometryczny
* obliczać wskazane wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz ciągu
* wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
* stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
* określać monotoniczność ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na -ty wyraz ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego

# stosować w zadaniach zależność między wyrazami ciągu geometrycznego

# rozwiązywać zadania łączące ciąg geometryczny z innymi działami matematyki, np. funkcją kwadratową, geometrią, itp.

# stosować własności ciągu geometrycznego w zadaniach na dowodzenie

* stosować własności ciągu geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
* badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem geometrycznym
* obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* stosować własności ciągu geometrycznego w trudniejszych zadaniach, np. obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów ciągu 1,11,111,…
* obliczyć, ile wyrazów danego ciągu geometrycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
* rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę wyrazów ciągu geometrycznego
* wyznaczać wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
* obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
* obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu
* porównywać zyski z różnych lokat
* obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
* obliczać wysokości rat malejących

**ANALIZA MATEMATYCZNA (nr z podstawy programowej: VI.1R, VI.2R,XIII.1R, XIII.2R, XIII.3R, XIII4.R, XIII.5R, XIII.6R )**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* opisywać poglądowo pojęcie granicy ciągu
* poprawnie stosować symboliczny zapis granicy ciągu i granicy niewłaściwej
* odróżniać ciągi zbieżne i ciągi rozbieżne
* obliczać granice ciągów z wykorzystaniem granic ciągów typu , , ,
* obliczać granice ciągów stosując twierdzenia o działaniach na granicach ciągów zbieżnych
* wskazywać ciąg geometryczny zbieżny wyznaczać granicę niewłaściwą ciągu
* obliczać granice ciągów (właściwe i niewłaściwe) na podstawie definicji
* stosować twierdzenie o własnościach granic niewłaściwych ciągów rozbieżnych
* badać, kiedy podany nieskończony ciąg geometryczny jest zbieżny
* podawać przykłady ciągów zbieżnych do danej granicy lub rozbieżnych do
* obliczać granice ciągów korzystając z twierdzenia o trzech ciągach
* rozpoznawać szeregi geometryczne zbieżne
* obliczać sumy szeregów geometrycznych zbieżnych
* zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły w prostych przypadkach
* zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły (w trudniejszych przypadkach)
* rozwiązywać zadania z geometrii, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* rozwiązywać równania i nierówności, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* opisywać poglądowo pojęcie granicy funkcji w punkcie
* obliczać granice funkcji, wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
* interpretować pojęcie granicy jednostronnej
* odczytywać z wykresu funkcji jej granice jednostronne we wskazanych punktach
* wyznaczać granice jednostronne funkcji, wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach
* obliczać granice funkcji na podstawie definicji
* stosować tw. dotyczące granic niektórych funkcji np. ,
* stosować tw. dotyczące granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
* wyznaczać granice jednostronne funkcji na podstawie definicji
* uzasadnić, że dana funkcja ma granicę w podanym punkcie
* obliczać granice funkcji, wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
* interpretować pojęcie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie i w
* wyznaczać granice niewłaściwe funkcji, wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
* wyznaczać równania asymptot poziomych i asymptot pionowych wykresu funkcji
* wyznaczać granice niewłaściwe funkcji na podstawie definicji
* wyznaczać granice niewłaściwe jednostronne
* wyznaczać granice funkcji na końcach przedziałów określoności
* wyznaczać granice niewłaściwe funkcji, wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
* określać własności funkcji (w tym granice na końcach przedziałów określoności) na podstawie jej wykresu
* opisywać poglądowa pojęcie funkcji ciągłej w punkcie
* badać ciągłość funkcji w punkcie
* określać ciągłość funkcji w przedziale
* dobierać odpowiednie wartości parametru tak, aby funkcja była ciągła w danym punkcie
* wykorzystywać w zadaniach własności funkcji ciągłych, np. do dowodzenia, że dane równanie ma rozwiązanie oraz do znajdowania wartości najmniejszej i największej funkcji w przedziale domkniętym
* szkicować przykładowy wykres funkcji ciągłej o podanych własnościach
* obliczyć iloraz różnicowy i podać interpretację geometryczną otrzymanego wyniku
* obliczyć pochodną funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w prostych przypadkach
* wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
* stosować fizyczną interpretację pochodnej do obliczenia prędkości chwilowej
* obliczać pochodne funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w trudniejszych przypadkach; podawać interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie
* badać różniczkowalność funkcji w danym punkcie
* wyznaczać kąt przecięcia wykresów dwóch funkcji
* wyznaczać pochodne funkcji elementarnych
* wyznaczać pochodne funkcji postaci ,
* wyznaczać pochodne funkcji, korzystając z twierdzenia o działaniach na pochodnych
* wyznaczać pochodne wielomianów
* wyznaczać pochodne funkcji wymiernych; określać i
* wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji spełniającej określone warunki
* rozwiązywać zadania z parametrem, dotyczące stycznej do wykresu funkcji
* określać funkcję wewnętrzną i funkcję zewnętrzną danej funkcji złożonej
* wyznaczać dziedzinę funkcji złożonej
* wyznaczać pochodne funkcji złożonych w prostych przypadkach
* obliczyć wartość pochodnej funkcji złożonej w danym punkcie w prostych przypadkach
* wyznaczać pochodną funkcji złożonej w trudniejszych przypadkach
* wykorzystywać pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących np. równania stycznej
* wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji różniczkowalnych, korzystając z własności pochodnej w prostych przypadkach
* posługiwać się pojęciem ekstremum lokalnego
* wyznaczać ekstrema funkcji różniczkowalnych, korzystając z warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum
* wyznaczać przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji złożonej
* badać przebieg zmienności funkcji wymiernych
* wskazywać wykres funkcji na podstawie jej pochodnej
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące przedziałów monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnych
* wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji w przedziale domkniętym
* rozwiązać zadanie optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej w prostych przypadkach
* rozwiązać zadanie optymalizacyjne, korzystając z własności pochodnej (np. dotyczące geometrii) w trudniejszych przypadkach

**RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA** **(nr z podstawy programowej: XI.1, XI.2a, XI.2b, XI.1R, XI.2R, XII.1, XII.2, XII.3, XII.4, XII.5)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozpoznawać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
* określać zbiór zdarzeń elementarnych dla(?) danego doświadczenia losowego , obliczać liczbę zdarzeń elementarnych
* stosować symboliczny opis zbioru zdarzeń elementarnych i zdarzeń, w tym zdarzenia pewnego i zdarzenia niemożliwego obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w prostych doświadczeniach losowych (rzut monetą, rzut kostką, losowanie jednego spośród *n* przedmiotów itp.)
* uzasadnić, że dla zdarzenia w dowolnym doświadczeniu losowym
* stosować w prostych przypadkach regułę mnożenia
* wykorzystywać drzewko do zliczania obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych
* stosować regułę dodawania
* odróżniać losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania
* stosować regułę mnożenia i regułę dodawania w bardziej złożonych zadaniach
* rozwiązywać zadania dotyczące liczby podzbiorów danego zbioru
* obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych
* dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
* wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń
* rozpoznawać zdarzenia wykluczające się
* stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
* stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń lub wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* opisywać słowami zdarzenia zapisane symbolicznie z wykorzystaniem działań na zdarzeniach
* uzasadniać, że dane zdarzenia się wykluczają
* wykorzystywać własności prawdopodobieństwa w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązywać trudniejsze zadania, stosując własności prawdopodobieństwa
* wyznaczać wartość oczekiwaną w prostych grach losowych
* sprawdzać, czy dana gra losowa jest sprawiedliwa
* wyznaczać wartość oczekiwaną w bardziej złożonych grach losowych
* przedstawiać dane surowe w postaci szeregu uporządkowanego
* wyznaczać medianę, dominantę średnią i rozstęp zestawu danych
* obliczać średnią ważoną wyników
* stosować w zadaniach siatkę centylową
* rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
* obliczać wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
* sporządzać diagramy częstości
* odczytywać informacje z diagramów częstości
* porównywać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów
* podawać przykłady zestawu danych o ustalonych parametrach statystycznych
* obliczać przeciętne odchylenie od średniej
* wyjaśniać, na czym polega manipulacja danymi na nierzetelnie przedstawionych wykresach i diagramach
* interpretować parametry statystyczne